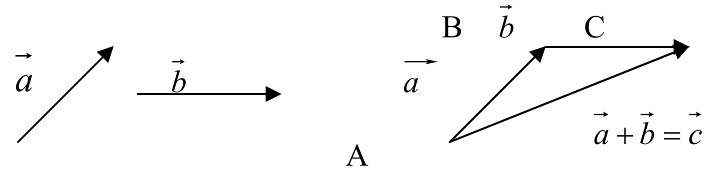
7 дәріс. Тақырыбы: Векторлар. Векторларға амалдар қолдану.

1. Векторларды қосу,азайту. 2. Векторды санға көбейту. 3. Векторларға қолданатын амалдардың қасиеттері

Векторларды қосу және азайту.

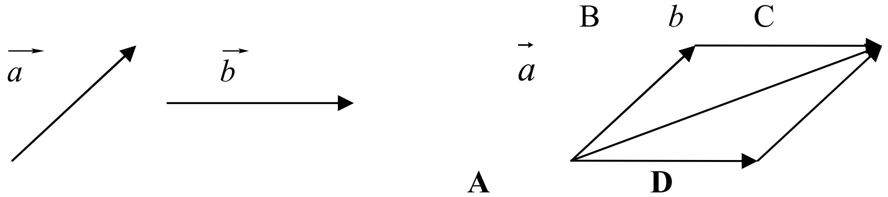
Анықтама. (үшбұрыш ережесі). $\vec{a}$ *және* $\vec{b}$ *қосындысы* деп төмендегіше салынатын $\vec{c}$ векторын айтады: кейбір А нүктесінен бастап $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, В нүктесінен бастап $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ салғанда шығатын $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ векторын айтады.



Бұл ережені былайша еске сақтауға болады: кез келген А, В, С нүктелері үшін $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ теңдігі дұрыс болады. Бұл ережені А, В, А нүктелері үшін жазсақ, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$, бұдан $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ (1). Осы ережені А, В, В үшін жазсақ, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$, бұдан $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ (2) теңдігін аламыз.

Егер қосылғыш векторлар коллинеар болмаса, оларды параллелограмм ережесі бойынша қосуға болады.

Анықтама. $\vec{a}$ *және* $\vec{b}$ *қосындысы* деп төмендегі $\vec{c}$ салуын айтады: кейбір А нүктесінен бастап $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ векторларын саламыз. ABCD параллелограмының АС диагоналінің С ұшына бағытталған вектор қосынды $\vec{c}$ болады.



Теорема. (векторларды қосудың қасиеттері).

Кез келген $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ үшін мына қасиеттер орындалады:

1°. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

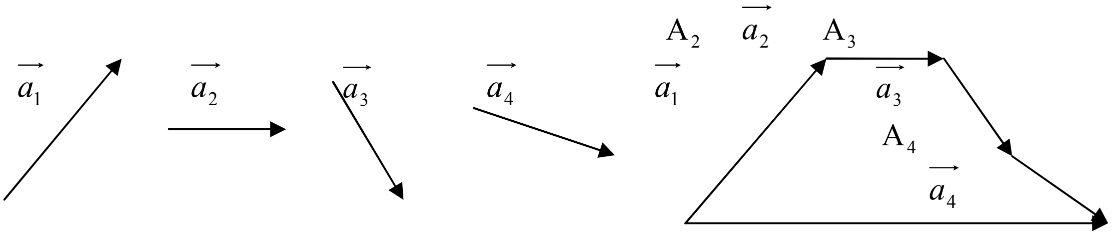
2°. $\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} = \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right)$

3°. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

4°. $\vec{a} + \left(-\vec{a}\right) = \vec{0}$

Анықтама. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ *векторларының қосындысы* деп $\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c}$ векторын айтады және $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ түрінде белгілейді.

Анықтама. $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, ..., \overrightarrow{a_n}$ *векторларының қосындысы* деп $\left(\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2} + ... + \overrightarrow{a_{n-1}}\right) + \overrightarrow{a_n}$ векторын айтады, $\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2} + ... + \overrightarrow{a_n}$ деп белгілейді.



A_1 $\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2} + \overrightarrow{a_3} + \overrightarrow{a_4} = \overrightarrow{a_5}$ A_5

Кейбір A_1 нүктесінен $A_1A_2 = \overrightarrow{a_1}$, A_2 нүктесінен бастап $A_2A_3 = \overrightarrow{a_2}$, A_3 нүктесінен бастап $A_3A_4 = \overrightarrow{a_3}$, A_4 бастап $A_4A_5 = \overrightarrow{a_4}$ векторларын саламыз. Бірнеше векторларды осылайша қосу *көпбұрыш ережесі* деп аталады.

Теорема. (векторды санға көбейтудің қасиеттері).

Кез келген $\vec{a}, \vec{b}$ векторлары $\alpha, \beta \in R$ үшін төмендегі қасиеттер орындалады:

1°. $\alpha\left(\beta\vec{a}\right) = (\alpha\beta)\vec{a}$

2°. $(\alpha+\beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$

3°. $\alpha\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$

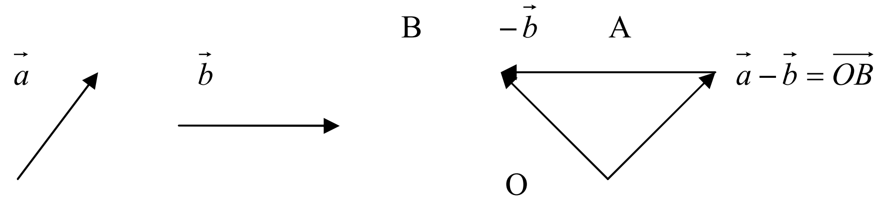
4°. $1 * \vec{a} = \vec{a}$

Анықтама. *$\vec{a}$ және $\vec{b}$ айырмасы* деп $\vec{b} + \vec{x} = \vec{a}$ (3) теңдігін қанағаттандыратын $\vec{x}$ айтады.

Кез келген $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторлары үшін олардың айырымы табылатынын және біреу болатынын дәлелдеуге болады.

Алдымен (3) теңдікті қанағаттандыратын $\vec{x}$ бар деп, оны $\vec{a}$ және $\vec{b}$ арқылы өрнектейік. Ол үшін (3) теңдікті екі жағынан да $-\vec{b}$ қосайық: $\vec{b} + \vec{x} + \left(-\vec{b}\right) = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$.

1°, 3°, 4° қасиеттерін ескерсек, $\vec{x} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$ (4). Сөйтіп (3) теңдікті қанағаттандыратын $\vec{x}$ бар болса, ол (4) формуламен анықталады екен. Берілген $\vec{a}$ және $\vec{b}$ үшін $\vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$ векторы бар болатыны айқын және бұл вектор (3) теңдікті қанағаттандыратынын көрсетейік: $\vec{b} + \left(\vec{a} + \left(-\vec{b}\right)\right) = \vec{b} + \left(-\vec{b}\right) + \vec{a} = \vec{a}$. Айырма векторды $\vec{a} - \vec{b}$ түрінде белгілейді және ол $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$ (5) теңдігімен анықталады екен.



Үшбұрыш ережесі бойынша $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ теңдігі орындалады, бұдан $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ (6). Демек, кез келген A, B, C нүктелері үшін (6) теңдік оындалады. Бұл теңдіктен екі вектордың айырмасын салу үшін оларды бір нүктеден бастап салып, азайтқыш вектордың ұшынан азайғыш вектордың ұшына бағытталған векторды салу жеткілікті екенін көреміз.

2.Векторды санға көбейту.

Анықтама. *$\vec{a}$ векторының $\alpha \in R$ санына көбейтіндісі* деп

1) $\left|\vec{P}\right| = |\alpha| * \left|\vec{a}\right|$;

2) $\vec{P} \uparrow\uparrow \vec{a}$, егер $\alpha > 0$ немесе $\vec{P} \uparrow\downarrow \vec{a}$, егер $\alpha < 0$;

екі шартын қанағаттандыратын $\vec{P}$ айтады, оны $|\alpha| * \left|\vec{a}\right|$ деп белгілейді.